

Relaciones russellianas

Guillermo Hurtado

La cuestión acerca de la naturaleza de las relaciones es de importancia crucial para todas las áreas de la filosofía; sin embargo, ha estado plagada de omisiones y confusiones. Durante siglos las relaciones fueron ignoradas o rechazadas por lógicos y metafísicos. No fue sino hasta finales del siglo XIX que fueron vindicadas gracias a los trabajos de De Morgan, Peirce, Frege y Russell. De todos ellos, Russell fue quien estudió la cuestión de las relaciones más a fondo. En la primera década del siglo XX, Russell ofreció una serie de argumentos en contra de las doctrinas lógico-ontológicas de la reducibilidad de las relaciones y de las relaciones internas que lograron muy pronto gran aceptación. Mi propósito en este ensayo es examinar estos argumentos y la concepción sobre las relaciones que Russell propuso en su lugar. Creo que esta labor no sólo es importante para entender el resto de la filosofía russelliana —Russell mismo reconocía que los cimientos de su sistema se encontraban en su defensa de las relaciones externas— sino que también es relevante para nuestra comprensión actual de las relaciones. Me parece que —debido a lo convincentes que resultaron los argumentos de Russell— la noción de relación que tenemos hoy sigue siendo, en buena medida, de factura russelliana. Pero quisiera mostrar que no todo lo que Russell dijo sobre las relaciones es esclarecedor. Voy a prestar especial atención a su famosa —pero, por lo general, mal entendida— crítica del dogma de las relaciones internas; creo que es ahí en donde hay más trabajo lógico por hacer. Como veremos, el asunto de las relaciones internas es mucho más complejo de lo que generalmente se supone. Voy a proponer varias definiciones formales de lo que se puede entender por una relación interna. Estas definiciones pueden resultar engorrosas, pero estoy convencido de que sin ellas no podemos dar una descripción metafísica del mundo. La ontología es también, en un sentido, una ciencia exacta.

Relaciones como accidentes

Las doctrinas de las relaciones internas y de la inexistencia de las relaciones están íntimamente ligadas. Como veremos luego, estas doctrinas no dicen lo mismo, pero algunos filósofos —entre ellos, Russell— las han confundido.

Que las cosas están relacionadas entre sí es un hecho indisputable. Lo que ha sido cuestionado —por distintas razones teóricas— es la tesis de que hay relaciones. Durante muchos siglos el tema de las relaciones estuvo influenciado por la concepción de la predicación como la inherencia de un accidente en una substancia. En las *Categorías*, Aristóteles contaba entre las cosas que se dicen de una substancia a los relativos. Los relativos no son relaciones tal y como las entendemos hoy en día. Son propiedades que apuntan a una cosa desde otra cosa en donde inhiere. En lenguaje escolástico, son *esse-ad* y *esse-in*. Esta doctrina tuvo como consecuencia que durante siglos se viera a las relaciones como reducibles a propiedades no-relacionales de los *relata* —es decir de los términos de la relación— o, al menos, como sustentadas en propiedades no-relacionales de los *relata*. Esta doctrina también apuntaló la tesis lógica de que las proposiciones son, todas ellas, de la forma sujeto-predicado. O, al menos, de que todas las proposiciones que nosotros describimos como relaciones lo son. La forma lógica perspicua de una proposición que exprese que una substancia tiene una relación aristotélica con otra cosa es siempre *Fa*.

Para Russell —como para nosotros— las relaciones no inhiere en sólo uno de los *relata*. Hoy diríamos que las relaciones se predicán de todos y cada uno de sus *relata*. Y, por lo mismo, diríamos que la forma lógica perspicua de una proposición que exprese que una cosa está relacionada con otra cosa no es *Fa*.¹ Aristóteles no ofreció argumentos en contra de las relaciones russellianas. Simplemente las ignoró. Lo mismo puede decirse de muchos pensadores posteriores que adoptaron la concepción de las relaciones como *in-esse*.² Sin embargo, se han dado argumentos en contra de las relaciones. La mayoría de ellos fueron dados por filósofos escolásticos, cuando la cuestión de las relaciones fue muy debatida por sus consecuencias teológicas. No es éste el lugar para examinar todos los argumentos que se dieron entonces en contra de las relaciones. Sólo voy a considerar aquí dos argumentos en contra de ellas que comparten una premisa acerca de la naturaleza de los accidentes.

Quizá la razón principal que se ha dado en contra de las relaciones es que es imposible que un accidente inhiere en dos substancias a la vez. Un conocido

¹ Para un análisis de la forma lógica perspicua de las proposiciones relacionales, véase Guillermo Hurtado, "Forma lógica y predicación" en *Análisis filosófico*, vol. XIV, núm. 1. Buenos Aires, mayo de 1994.

² Aunque no todos los filósofos medievales pensaron igual. Duns Escoto sostuvo que las relaciones son realmente distintas de sus fundamentos y Henry de Harclay a f i r m ó que las relaciones son condiciones no-inherentes. Para un examen detallado de la c u e s t i ó n en la Edad Media, véase M. Heininger, *Relations*. Oxford, Clarendon Press, 1989.

ejemplo de este razonamiento se encuentra en la quinta carta de Leibniz a Clarke:

La razón o proporción entre dos líneas L y M puede ser concebida de tres maneras: como la razón de la mayor L a la menor M, como la razón de la menor M a la mayor L y, finalmente, como algo abstracto de ambas, razón entre L y M, sin considerar cual es la anterior o la posterior, el sujeto o el objeto. [...] De acuerdo a la primera consideración, L, la mayor, es el sujeto; de acuerdo a la segunda, M, la menor, es el sujeto de ese accidente que los filósofos llaman relación. ¿Pero cuál de ellas es el sujeto de acuerdo a la tercera manera? No puede decirse que sean ambas, [...] de ser así, tendríamos un accidente en dos sujetos, con una pierna en uno y otra en el otro; y esto va en contra de la noción de accidente.³

Leibniz concluye —como antes lo hicieron Ockham, Spinoza y Gassendi— que ya que las relaciones no son ni substancias ni accidentes, éstas son puramente mentales. Leibniz defiende la tesis de que las relaciones son contrarias a la noción misma de accidente ya que supone que los accidentes son instancias de un universal cuya identidad depende de la substancia particular en donde inhieren. De esto se sigue que un accidente no puede estar en dos substancias a la vez. Los accidentes, nos dice Leibniz, no son como prendas que se puedan usar por más de una persona a la vez.⁴ Un argumento similar fue dado por McTaggart. Dice así:

La razón principal que se ha dado para rechazar a las relaciones es que

³ *La raison ou proportion entre deux lignes, L et M, peut être conçue de trois façons: comme raison du plus grand L au moindre M, comme raison du moindre M, au plus grand L, et enfin comme quelque chose d'abstrait des deux, raison entre L et M, sans considérer lequel est l'antérieur ou le postérieur, le sujet ou le objet. [...] Dans la première considération, L, le plus grand, est le sujet; dans la seconde, M, le moindre, est le sujet de cet accident, que les philosophes appellent relation ou rapport: mais quel en sera sujet dans le troisième sens? On ne sauroit dire que tous les deux, [...] car ainsi nous aurions un Accident en deux sujets, qui auroit une jambe dans l'un, et l'autre dans l'autre. Ce qui est contre la notion de accidents [...]* (G. Leibniz, *Correspondence Leibniz-Clarke*. París, Presses Universitaires de France, 1957, p. 144).

Nota: He traducido todas las citas de obras originalmente escritas en otros idiomas de las que no existe una traducción al español. También he traducido algunas citas de obras que tienen una traducción a nuestro idioma, pero que me parecen son poco fieles al original. Cuando la traducción es mía, incluyo, como en este caso, el texto original en una nota.

no hay un lugar en donde puedan estar. No están, es claro, en ninguno de sus términos sin estar en los otros. Tampoco están en cada uno de ellos tomados por separado. Se dice que están *entre* los términos sin estar *en* ellos. Pero entonces nos preguntamos, ¿hay algo *en* donde puedan estar? Y cuando se responde negativamente, se concluye que son imposibles.⁵

Una premisa de este argumento es que los accidentes deben de estar en una substancia (es decir, que deben ser *in rebus*). Sin embargo, me parece que podemos aceptar la existencia de relaciones y sostener que deban de estar en al menos dos substancias. Lo que hace a McTaggart decir que esto sea imposible es su supuesto de que no pueden estar en cada uno de los relata por separado.

La irreducibilidad de las proposiciones relacionales

Russell creía que hay relaciones, pero defendió su existencia de manera oblícua. Lo que Russell hizo fue rechazar el dogma de que todas las proposiciones son de la forma sujeto-predicado. El rechazo de este dogma abrió las puertas para muchas aplicaciones antes insospechadas de la Lógica. Pero también —y esto no es menos importante— socavó la teoría aristotélica de que todos los hechos consisten en que una substancia tenga un accidente. A diferencia de los filósofos medievales que, en contra de la autoridad del estagirita, aceptaban la existencia de relaciones no reducibles a accidentes, Russell afirmó que hay proposiciones y hechos relacionales y que estos tienen entre sus constituyentes a relaciones no reducibles a propiedades. De este modo, la crítica russelliana a Leibniz y Bradley no pretendía ser sólo una discusión acerca de la forma lógica, sino acerca de la naturaleza misma de las propiedades y relaciones.

El blanco visible de los argumentos russellianos es la doctrina de que todas

⁴ Si bien Leibniz consideraba que las relaciones eran ideales, no negaba que algo fuera el caso cuando una oración relacional es verdadera. Leibniz sostenía que si *a* es más pequeña que *b*, es porque ambas tienen ciertas características. Lo que Leibniz negaba es que aparte de esas características hubiera algo más. Por ejemplo, en una carta a Des Bosses sostenía que la paternidad de David es una cosa, la filiación de Salomón otra y que la relación entre ambos es algo mental basado en la modificación de los individuos.

⁵ *The chief reason which has been given for the rejection of relations is that there is nowhere for them to be. They are not, it is clear, in either of the terms without being in the other. Nor are they in each of them, taken separately. They are, it is said, between the terms, and not in them. Then, it is asked, is there anything in which they can be? And when this is answered in the negative, it is concluded that they are impossible* (J. McTaggart, *The Nature of Existence*, vol. 1. Cambridge, 1921, p. 81).

las proposiciones son de la forma sujeto predicado. Russell nos dice:

Me di cuenta por vez primera de la importancia de la cuestión sobre las relaciones cuando trabaja sobre Leibniz. Descubrí [...] que su metafísica estaba basada explícitamente en la doctrina de que toda proposición atribuye un predicado a un sujeto y (lo que para él era casi lo mismo) que todo hecho consiste en que una substancia tenga una propiedad. Descubrí que la misma doctrina subyace a los sistemas de Spinoza, Hegel y Bradley.⁶

Es justo decir que la doctrina de que todas las proposiciones son de la forma sujeto-predicado es una postura muy extrema y que difícilmente se encuentra a alguien que la defienda. Hay posturas menos extremas que implican que no hay proposiciones relacionales. Por ejemplo, podemos sostener que sólo las proposiciones atómicas son de la forma sujeto-predicado. De este modo, las proposiciones moleculares no tendrían que verse como forzosamente compuestas de un sujeto y un predicado. Tengo la sospecha de que esta postura es más cercana de la que, de hecho, fue defendida por algunos de los oponentes de Russell. Para determinar esto tendríamos que hacer una lectura cuidadosa de la obra de estos autores. Pero creo que la doctrina de que *todas* las proposiciones son de la forma sujeto-predicado no fue un dogma defendido por todos los filósofos antes de Russell y que ni Leibniz ni Bradley defendieron tal doctrina.⁷

Pero examinemos los argumentos de Russell contra esta doctrina. Russell distingue dos versiones de la doctrina en cuestión. La primera intenta reducir las proposiciones relacionales a dos o más proposiciones no relacionales. La segunda, intenta reducirlas a una proposición acerca de una totalidad que comprende a los *relata*. Russell llamó *monadismo* a la primera estrategia reductiva y *monismo* a la segunda.

El argumento de Russell en contra del monadismo es como sigue:

⁶ *I first realised the importance of the question of relations when I was working on Leibniz. I found [...] that his metaphysics was explicitly based upon the doctrine that every proposition attributes a predicate to a subject and (what seemed to him almost the same thing) that every fact consists of a substance having a property. I found that the same doctrine underlies the systems of Spinoza, Hegel, and Bradley (Bertrand Russell, My Philosophical Development. Londres, 1959, p. 61).*

⁷ Para Bradley, por ejemplo, la pregunta de si todas las proposiciones son de la forma sujeto-predicado no era importante ya que él consideraba que, a fin de cuentas, ninguna proposición es de dicha forma. Un postulado del monismo de Bradley es que la distinción sujeto predicado es falsa desde un punto de vista metafísico ya que no hay distinción real entre las cosas y sus propiedades. Por otra parte, si bien parece que Leibniz consideró durante algún tiempo que todas las proposiciones son de la forma sujeto-predicado, también consideró que la cópula diádica era reducible a lo que él

Supongamos, por ejemplo, que un volumen es mayor que otro. Podemos intentar reducir la relación “mayor que” que se da entre ambos volúmenes si decimos que uno es de tal y cual dimensión y el otro de tal y cual otra dimensión. Pero si tratamos de reducir esta nueva relación a adjetivos de las dos dimensiones, los adjetivos todavía deberán tener una relación correspondiente a la de “mayor que” y así sucesivamente. Por tanto, no podemos, sin una regresión infinita, negarnos a admitir que tarde o temprano llegaremos a una relación no reducible a adjetivos de los términos relacionados.⁸

Me parece que este argumento no es muy poderoso. Pretende concluir que todas las proposiciones relaciones son monadísticamente irreducibles a partir del examen de solo una proposición relacional asimétrica. Pero hay muchos tipos de proposiciones relacionales que Russell no considera. Y tampoco nos ofrece un criterio claro para decir cuando una proposición es relacional y cuando no lo es. Veamos un ejemplo similar al de Russell. Tomemos la proposición:

(1) *a* es más pesado que *b*.

Alguien podría intentar reducir (1) a, digamos:

(2) *a* pesa 10 gramos y *b* pesa 8 gramos.

Un problema que de inmediato podría plantearse con esta reducción es que pesar 10 gramos no es una propiedad sino una relación. Pero asumamos que tener un peso no es tener una relación sino una propiedad. Queda todavía la dificultad de que (1) es verdadero aunque *a* pese 3 gramos y *b* pese 2 gramos. Por tanto, necesitamos especificar que el peso de *a* es mayor que el de *b* sin comprometernos con un peso en particular de *a* y *b*. Para solucionar este problema podríamos analizar (1) así:

(3) “(*x*) (*y*) ((*x* es una cantidad & *y* es una cantidad) $\bar{\circ}$ ((*a* pesa *x* & *b* pesa *y*) $\bar{\circ}$ (*x* > *y*))).

denominó *coincidencia* de conceptos (véase sus *Investigaciones generales sobre el análisis de la nociones y las verdades*, parágrafo 16). Por tanto, no es del todo cierto que Leibniz sostuviera la doctrina de que todas las proposiciones fueran de la forma sujeto predicado. Más correcto sería decir que sostuvo la doctrina de que todas las proposiciones expresan la coincidencia de conceptos.

⁸ *Suppose, for example, that one volume is greater than another. One may reduce the relation “greater than” between the volumes to adjectives of the volumes, by saying that one is of such and such a size and the other of such and such another size. But then the one size must be greater than the other size. If we try to reduce this new relation to adjectives of the two sizes, the adjectives must still have a relation corresponding to “greater than”, and so on. Hence we cannot, without an endless regress, refuse to admit that sooner or later we come to a relation not*
r e d u c e c i b l e
to adjectives of the related terms (B. Russell, “The Monistic Theory of Truth” en *Philosophical Essays*. Londres, 1910, pp. 166-167. Traducido como *Ensayos filosóficos*. Madrid, Alianza Editorial, 1968).

Pero podríamos sostener que (3) no funciona como una reducción de (1), ya que estamos usando la relación “>”. Si bien “ $(x > y)$ ” es una fórmula abierta, tiene una estructura relacional irreducible y, por tanto, aunque aceptemos que (3) no tiene la misma forma que, digamos, Rab , incluye a una fórmula de esa forma. El problema es determinar en qué consiste una reducción exitosa de una proposición relacional. Desde una perspectiva (3) puede tomarse como una reducción, pero desde otra, como lo he señalado, no. Podría decirse que el argumento russelliano funciona sólo en el caso de reducciones –como la de relaciones cuantitativas– en donde uno necesita afirmar que hay una relación entre las propiedades a las que hemos reducido la relación original. Pero hay casos en donde parece que no necesitamos relacionar las propiedades a las que hemos reducido la relación original. Por ejemplo, podríamos sostener que “ a es paralelo a b ” se puede reducir a “dada una dirección ϕ , a tiene ϕ y $b \phi$ ”, sin tener que afirmar, por ejemplo, que $\phi = \phi$. Ante esto podría decirse que de todos modos estamos invocando una relación, a saber, la conjunción y que, por tanto, no hemos reducido realmente la proposición relacional. Pero no es claro en qué sentido es la conjunción una relación. También se podría sostener que tener la dirección ϕ no es una propiedad no relacional.⁹ Pero no hace falta agotar todos los casos. Quizá algunas proposiciones relaciones son monadísticamente reducibles. Lo importante es que no todas lo son, pues esto basta para refutar al monadismo.

De acuerdo al denominado monismo, la proposición expresada por “ a ama a b ” se puede reducir a un compuesto de la forma $R(ab)$, donde (ab) puede verse como una suma mereológica de a y b . El argumento principal de Russell en contra del monismo¹⁰ está basado en el hecho de que no podemos distinguir entre $R(ab)$ y $R(ba)$ sin hacer uso de relaciones asimétricas. En respuesta podría decirse que si habláramos de pares ordenados, el problema se resolvería, ya que en este caso podríamos distinguir a $R\langle a, b \rangle$ de $R\langle b, a \rangle$ sin aludir a una relación adicional.¹¹ Sin embargo, la solución es sólo aparente. Aunque no necesitemos una relación para distinguir a $R\langle a, b \rangle$ de $R\langle b, a \rangle$ si necesitamos una para distinguir los pares $\langle a, b \rangle$ y $\langle b, a \rangle$, pues extensionalmente son idénticos. Se podría responder que gracias a Wiener¹² y Kuratowski podemos solucionar este problema, ya que podemos reducir el par ordenado $\langle a, b \rangle$ a la clase $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ y, por tanto, distin-

⁹ Es interesante percatarse de que, años más tarde, Russell aceptó la reducibilidad de las relaciones simétricas –aunque dijo, casi en tono de excusa, que las relaciones asimétricas son “the most characteristically relational of relations” (B. Russell, “The Philosophy of Logical Atomism”, en *Logic and Knowledge*. Londres, 1956, p. 45).

¹⁰ Cf. B. Russell, *The Principles of Mathematics*. Cambridge. 1903, p. 225. Traducido como: *Los principios de la matemática*. Buenos Aires-México, Espasa Calpe, 1948.

guir los pares extensionalmente. Sin embargo, un problema con la reducción Wiener-Kuratowski es que nos obliga a dejar de hablar de a y b para hablar de las clases unitarias $\{a\}$ y $\{b\}$. Pero no era de clases de las que queríamos hablar, sino de individuos. Quine ha intentado responder este problema definiendo a los individuos como clases unitarias, pero debo confesar que encuentro la medida algo desesperada. Por otra parte, la reducción Wiener-Kuratowski tampoco ayudaría al monismo, ya que, a fin de cuentas, no podemos *formular* la reducción sin hacer uso de relaciones.¹³ Para entender " $\langle a, b \rangle =_{df.} \{\{a\}, \{a, b\}\}$ " debemos asumir que $a \in \{a\}$ y " ε " es una relación asimétrica irreducible. A fin de cuentas, la diferencia entre $\langle a, b \rangle$ y $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ se reduce a que $\langle a, b \rangle$ se entiende mediante la convención espacial de la dirección de lectura de izquierda a derecha, mientras que $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ se entiende por una convención no-espacial por la que el primer elemento del par ordenado es el que pertenece a la clase unitaria.

Proposiciones relacionales y relaciones

Asumamos que Russell mostró que no todas las proposiciones relacionales son reducibles a proposiciones no-relacionales. ¿Mostró con ello que hay relaciones?

Si uno acepta que la doctrina de que no hay relaciones implica que no hay proposiciones relacionales y luego muestra que la doctrina es falsa, entonces uno naturalmente aceptaría que hay relaciones. Así es como el Russell de principios del siglo xx veía las cosas. Para Russell las proposiciones verdaderas son idénticas a los hechos. Y él pensaba que los hechos relacionales están constituidos por relaciones. Pero si uno distingue entre las proposiciones y los hechos, parece que uno puede sostener que existen proposiciones relaciones irreducibles sin que existan relaciones. Esto es lo que piensan algunos filósofos entre los que podemos contar a Castañeda, Fisk, Butchvarov y Campbell.¹⁴ Según ellos, las

¹¹ Una solución similar fue adoptada por algunos lógicos escolásticos. Las unidades complejas de Fray Alonso de la Veracruz refieren a pares ordenados y las relaciones se predicán de estos (W. Redmond, "Relaciones y unidades complejas en la lógica de Fray Alonso de la Vera Cruz", en W. Redmond y M. Beuchot, *La teoría de la argumentación en el México colonial*. México, UNAM, 1995).

¹² Véase N. Wiener, "A Simplification of the Logic of Relations", en J. Van Heijenoort, (ed.), *From Codel to Godel: A Source Book in Mathematical Logic, 1897-1937*. Cambridge Mass., Harvard, 1967.

¹³ Cf. H. Hochberg, "Russell's Paradox, Russellian Relations, and the Problems of Predication and Impredicativity", en Savage y Anderson (eds.), *Rereading Russell: Essays on Bertrand Russell's Metaphysics and Epistemology*. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1989, p. 74.

proposiciones relaciones son irreducibles, pero hechos relaciones no tienen relaciones como constituyentes, sino que se dan en virtud de que los *relata* tienen ciertas propiedades no-relacionales. En otras palabras, el substrato de la relacionalidad no lo proveen relaciones, sino propiedades de los *relata*. Me parece que esta postura es indefendible. Los defensores de esta doctrina deben asumir que los hechos relacionales implican hechos no-relacionales. Esta es una de las distintas maneras en las que se entiende la doctrina de las relaciones internas. Pero como veremos más adelante, la doctrina es falsa.

Hay una postura todavía más extrema que sostiene que aunque las proposiciones relacionales sean irreducibles, la relacionalidad no requiere más substrato que los *relata* mismos. De acuerdo a una influyente lectura del *Tractatus* —defendida, entre otros, por Anscombe y Copi—¹⁵ Wittgenstein sostuvo que aunque los objetos están relacionados entre sí, no hay relaciones. En sus palabras: “En el hecho atómico los objetos están combinados de un modo determinado”,¹⁶ pero “En el hecho atómico los objetos dependen unos de otros como los eslabones de una cadena”.¹⁷ En una carta a Ogden, Wittgenstein dijo que el significado de la metáfora de la cadena es que no hay una entidad que vincule a los objetos. Y parece que esto es lo que significa la proposición 3.1432 del *Tractatus*: “el signo complejo “aRb” no dice que “a” está en la relación “r” con “b”, sino *que* “a” está en una cierta relación con “b”; dice *que* “aRb”.” ¿Tiene Russell un argumento en contra de la postura de Wittgenstein? No lo creo. Cuando Russell hizo su vindicación de las relaciones, él no distinguía —como Wittgenstein en el *Tractatus* y como él mismo años después— entre una proposición y el hecho que expresa. De modo que él consideraba que si las proposiciones relacionales no son reducibles, los hechos tampoco lo son. Pero, por otra parte, cuando Russell hizo su vindicación de las relaciones, parece que asumía la siguiente premisa: no hay relacionalidad sin substrato.

Si los *relata* mismos no pueden ser el substrato de la relacionalidad que se da entre ellos y si las propiedades de dichos *relata* no siempre podrían serlo —tal como muestra Russell en su refutación de la doctrina de las relaciones internas—

¹⁴ Véase H.N. Castañeda, “Plato’s Phedo Theory of Relations”, en *Journal of Philosophical Logic*, núm. 1, 1972; M. Fisk, “Relatedness without Relations”, en *Nous*, núm. 6, 1972; P. Butchvarov, *Being qua Being: A Theory of Identity Existence and Predication*. Indiana, Bloomington, y K. Campbell, *Abstract Particulars*. Oxford, Blackwell, 1990.

¹⁵ Véase E. Anscombe, *An Introduction to Wittgenstein’s Tractatus*. Londres, 1959 e I. Copi, “Objects, Properties and Relations in the Tractatus” en I. Copi y R. W. Beard, (eds.), *Essays on Wittgenstein’s Tractatus*. Londres, Macmillan, 1966.

¹⁶ Cf. L. Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*. Madrid, Revista de Occidente, 1948, proposición 2.031.

¹⁷ *Ibid.*, proposición 2.03.

entonces parece no haber otra opción que sostener que las relaciones son el substrato de la relacionalidad. Además, Russell podría decir que podemos atribuir distintas propiedades a las relaciones –por ejemplo, que son reflexivas o simétricas– y esto las convierte –según sus principios ontológicos– en términos, es decir, en relaciones entitativas. Pero esta es la conclusión que Wittgenstein precisamente quería evitar, a saber, que las relaciones son entes. No voy a considerar aquí las razones por las que Wittgenstein creía lo anterior, pero basta con decir que cuando Russell adoptó el atomismo lógico wittgensteniano, él también sostuvo que no hay relaciones en sí. De este modo, en su ensayo “Logical Atomism” –publicado en 1924– Russell dijo que “La concepción de la relación como un tercer término, interpuesto entre los otros dos, peca contra la teoría de los tipos y ha de evitarse con sumo cuidado”.¹⁸ Sin embargo, esta era precisamente la postura que él había defendido a principios de siglo.

La regresión de Bradley

Bradley hizo célebre un argumento que concluye que no hay relaciones, aunque se conocen versiones de éste desde la Edad Media. Bradley lo utilizó para defender la doctrina.

La primera premisa del argumento es la siguiente:

(I) No hay relacionalidad sin relaciones.

Por ejemplo, si a y b están relacionadas de algún modo, debe haber, de acuerdo a (I), una relación R que los relacione de esa manera. Digamos que la relación entre a y b la expresamos mediante la oración “ Rab ”. Bradley diría que R , a y b están relacionadas de algún modo y, por tanto, que debe haber otra relación –llamémosle PRE – que relaciona a R con a y b . Expresamos lo anterior mediante la oración “ $PRE(R, a, b)$ ”. Entonces podríamos decir que se precisa de otra relación –digamos PRE^* – que relacione a PRE con R , a y b , y que dicha relación se expresaría mediante la oración “ $PRE^*(PRE, R, a, b)$ ”. Y así hasta el infinito. Bradley consideraba que esta regresión es viciosa. Luego, consideraba que a y b no pueden estar relacionadas.

Es importante percatarse de que Bradley no sólo intentaba mostrar con su argumento que la relacionalidad es imposible, sino que la predicación misma es imposible. Bradley consideraba que la predicación –es decir, la condición última de que algo tenga una propiedad o una relación– sólo puede entenderse de una manera relacional. Pero si esto es así –nos diría– no puede entenderse, ya que la relacionalidad es imposible. En sus palabras: “si se considera a las cualidades sin las relaciones, no tienen un significado inteligible [...] si se les considera

¹⁸ B. Russell, “Logical Atomism”, en *op. cit.*, p. 472.

junto con ellas, son igualmente ininteligibles".¹⁹ El argumento contra la predicación empieza por asumir la premisa:

(II) No hay predicación sin relacionalidad.

Luego, con base en (I) sostenemos que:

(III) No hay predicación sin la relación *PRE*.

De modo que para cualquier objeto x y cualquier propiedad Φ , si están relacionados de la forma " Φx " entonces debe haber una relación *PRE* tal que '*PRE* (F, x)', pero, a su vez, *PRE*, F , y x deben estar relacionados por *PRE** y así al infinito.²⁰

La manera más radical de detener la regresión es sostener una postura wittgensteniana y rechazar (I) —es decir, sostener que la relacionalidad jamás requiere de relaciones.

Una manera menos radical —y, creo, más prometedora— es sostener que si bien hay relaciones, *PRE* no existe. Esto puede explicarse de dos maneras. La primera —en mi opinión, poco plausible— es rechazando la tesis de que la predicación es de naturaleza relacional. Esta postura puede ser atractiva para aquellos que piensan que las propiedades y las relaciones no son entidades auto-subsistentes. La segunda manera —que prefiero a la anterior— es decir que si bien la predicación es relacional, ésta se da sin necesidad de relaciones como *PRE* o *PRE**. Por tanto modificaríamos (I) de esta manera:

(I) No hay relacionalidad sin relaciones, excepto cuando se trata de la predicación.

Desde esta perspectiva la predicación es relacional pero no es una relación. Lo que relaciona a ' F ' y a ' a ' en ' Fa ' no es otro constituyente de ' Fa '. Esto no implica que puede haber relacionalidad sin substrato. Podemos decir que aunque la predicación sea relacional, su substrato no es una relación, no es una entidad, sino que lo podemos llamar un *vínculo*.

Hay otra salida de la regresión en la que uno puede aceptar (I) y (II). En *The Principles of Mathematics* Russell distinguió dos tipos de regresiones. El primer tipo es aquel que produce un número infinito de proposiciones *inferidas*. Por ejemplo, podemos decir que la proposición P implica una cadena de proposiciones de la forma $(P \vee R)$, $(P \vee R \vee Q)$, etcétera y que la proposición ' P es verdadera' implica una cadena de proposiciones de la forma " P es verdadera' es verdadera", etcétera Según Russell, estas regresiones son

¹⁹ "qualities, taken without relations, have no intelligible meaning [...] taken together with them, they are equally unintelligible" (F. Bradley, *Appearance and Reality*, 2a. ed. Londres, 1897, p. 33).

²⁰ La conclusión de Bradley es que las proposiciones son constructos ideales y que no hay nada en el mundo —nada real— que corresponda a ellas. Pero ya que él cree que las cosas y los conceptos no pueden subsistir por sí mismos, sin estar relacionados entre sí, también concluye que no hay cosas ni conceptos.

inofensivas, ya que no hay nada indeseable acerca de una regresión infinita. Las regresiones del segundo tipo —que para Russell son viciosas— son aquellas en las que el *significado* de una proposición es analizado por medio de otra proposición y ésta por otra más y así hasta el infinito. Ahora bien, un defensor de Bradley podría sostener que el hecho de que *Rab* no sea posible a menos que se dé *PRE* (*R, a, b*) y así sucesivamente, implica que:

(IV) *PRE, PRE**, etcétera son constituyentes de ‘*Rab*’ y, por tanto, son parte del significado de “*Rab*”.

Toca a Russell rechazar (IV) y probar que *PRE* y *PRE**, etcétera no son constituyentes ocultos de *Rab* y, por tanto, que no son parte del significado de “*Rab*”. En *The Principles of Mathematics* Russell afirmó que la regresión bradleyana no es una regresión de análisis, sino de inferencias, por lo que no es viciosa. Nos dice:

Puede sostenerse que es parte del significado de una proposición relacional el que la relación involucrada guarde con los términos la relación expresada cuando decimos que los relaciona, y que esto es lo que hace la distinción [...] entre la relación que relaciona y la relación en sí misma. Sin embargo, en contra de este punto de vista puede argumentarse que la aserción de una relación entre la relación y el término, aunque implicada, no es parte de la proposición original.²¹

Esta solución acepta las tesis (I) y (II) pero no acepta (III). De esta perspectiva, la predicación que integra a una proposición implica *PRE* en otro lugar, es decir, en otra proposición. *PRE, PRE** etcétera están en otras proposiciones inferidas de la proposición inicial. De este modo se obtiene un regreso de inferencias y no de análisis. ¿Pero qué pasa con la predicación en aquellas proposiciones en donde no ocurren *PRE*, ni *PRE**, etcétera? Me parece que, en este caso, Russell hubiera respondido que aunque la predicación es relacional, no es otra relación. Pero este no es el lugar para defender esta conjetura.

¿Qué son las relaciones internas?

²¹ *It may be urged that it is part of the very meaning of a relational proposition that the relation involved should have to the terms the relation expressed in saying that it relates them, and that this is what makes the distinction [...] between a relating relation and a relation in itself. It may be urged, however, against this view, that the assertion of a relation between a relation and the term, though implied, is not part of the original proposition [...] (B. Russell, *The Principles of Mathematics*, pp. 99-100).*

Es común escuchar que Russell refutó la doctrina de las relaciones internas. Pero Russell nunca fue claro con respecto a lo que entendía por una relación interna. Para ser justos, tampoco los idealistas fueron muy claros al respecto. Como veremos más adelante, la llamada doctrina de las relaciones internas es, en realidad, una compleja familia de doctrinas entre las cuales se dan ciertas relaciones lógicas.

En “The Monistic Theory of Truth” –el texto en donde trató más a fondo el asunto– Russell afirmó que la doctrina de las relaciones internas puede expresarse así: “Toda relación esta sustentada (*grounded*) en las naturalezas de los términos relacionados”. Pongamos lo anterior de este modo:

(IN1) R es una relación interna si y sólo si para toda x y y , tal que Rxy , R esta sustentada (*grounded*) en las naturalezas de x y y .

Si esto fuera todo lo que nos hubiera dicho acerca de qué entendía por una relación interna no habría mayor problema. Pero luego añade: “Si el axioma es verdadero, el hecho de que dos objetos tengan una relación implica algo en las naturalezas de estos dos objetos, en virtud de lo cual tienen la relación en cuestión”.²²

De esta cita podemos extraer dos tesis distintas de (IN1). Russell afirma aquí que si las relaciones son internas, entonces un hecho relacional:

(IN2) implica complejidad en sus *relata*; e

(IN3) implica algo en las naturalezas de los *relata* en virtud de lo que tienen la relación en cuestión.

A fin de saber si (IN2) es equivalente a (IN3) –como lo sugiere la cita anterior –y si (IN1) implica (IN2), necesitamos saber qué entendía Russell por “estar sustentado en algo”, por la “naturaleza” de un cosa, por “complejidad” y por “tener algo en virtud de algo más”. Pero antes consideremos qué entendía Russell por una relación externa. Parecería que si una relación externa es lo contrario a una relación interna, una relación R sería externa si no todo caso de R está sustentado en la naturaleza de sus *relata*. Sin embargo, Russell describe su postura de una manera más compleja. Nos dice:

De acuerdo a la postura opuesta, que es la que yo defiendo, hay hechos en los que un objeto tiene una relación con otro objeto y tales hechos no pueden reducirse o inferirse de un hecho acerca de los objetos y de un hecho acerca del otro objeto: no implican que los dos objetos tengan alguna complejidad o cualquier propiedad *intrínseca* que los distingua de un par de objetos que no tengan la relación en cues-

²² *If this axiom holds the fact that two objects have a certain relation implies complexity in each of the two objects, i.e. it implies something in the “natures” of the two objects, in virtue of which they have the relation in question.* (B. Russell, “The Monistic Theory of Truth”, *op. cit.*).

ción.²³

De aquí puede extraerse que si las relaciones son externas entonces los hechos relacionales:

(EX1) no se reducen a hechos no relacionales acerca de los *relata*,

(EX2) no se infieren de hechos no relacionales acerca de los *relata*,

(EX3) no implican complejidad en sus *relata*,

(EX4) no implican propiedades intrínsecas en los *relata* que los distinguan de objetos que no tengan la relación en cuestión.

Como en el caso de las relaciones internas debemos preguntarnos si las tesis anteriores se implican entre sí. Debemos prestar atención a que mientras (EX2) parece lo contrario de (IN1) y (EX3) lo es claramente de (IN2), ni (EX1), ni (EX4) corresponden a nada dicho con respecto a las relaciones internas. Y esto parece indicar que cuando Russell hablaba de relaciones internas tenía en mente algo más que (IN1) (IN2) y (IN3).

Relaciones sustentadas

¿Qué significa estar *sustentado* en algo? Digamos que x está sustentado en y si x es necesariamente implicado por y . Por lo que podemos decir que un hecho relacional Rab está sustentado en los hechos no-relacionales Pa y Lb si y sólo si es necesario que si Pa y Lb entonces Rab . El condicional de la definición anterior no es material, ya que de otra manera si “ Rab ” expresa un hecho, cualquier otro hecho lo implica materialmente. También podemos decir que una relación R entre a y b está sustentada en propiedades no-relacionales de a y b sólo si estas propiedades de a y b implican la relación en cuestión. Por otro lado, una relación que no sea cualitativamente sustentada será una relación que –como reza (EX3)– no es necesariamente implicada por propiedades de sus *relata*. Debemos, por tanto, distinguir la tesis de que un hecho está sustentado en otros hechos de la tesis de que *superviene* en ellos. Digamos que un hecho relacional Rab es superviniente si necesariamente para cualquier x y y tal que x y y son *cualitativamente idénticas* a a y b , entonces x y y están relacionadas por R . Toda relación sustentada es superviniente, pero una relación puede supervenir

²³ According to the opposite view, which is the one that I advocate, there are such facts as that one object has a certain relation to another, and such facts cannot be reduced to, or inferred from, a fact about the one object only together with a fact about the other object only: they do not imply that the two objects have any complexity or any intrinsic property distinguishing them from two objects which do not have the relation in question (*Ibid.*, p. 161).

en unas propiedades sin estar sustentada en ellas, es decir, sin ser necesariamente implicada por ellas.

¿Qué significa estar sustentado en la *naturaleza* de algo? Me parece que la noción de la naturaleza de un objeto se ha usado para hablar de: (i) la clase de todas las propiedades de una cosa (que llamaré la *naturaleza amplia* de dicha cosa), (ii) la clase de sus propiedades no-relacionales (su *naturaleza estrecha*) y (iii) la clase de sus propiedades esenciales no-relacionales (su *naturaleza estrecha esencial*). Russell no nos ofreció una definición del concepto en su discusión acerca de este asunto,²⁴ pero me parece que lo que tenía en mente era o bien (ii) o (iii). Como veremos más adelante, algunas de sus afirmaciones pueden entenderse de un modo o de otro.

Russell dijo que una relación interna está sustentada en la naturaleza de *sus relata*. Pero esto puede significar que al menos una de las propiedades de cada uno de los *relata* necesariamente implica la relación. O puede significar que las naturalezas de los *relata* —es decir, el conjunto de todas las propiedades de cada uno de los *relata*— implica necesariamente la relación. Esta duda está resuelta por (IN3), que indica que lo que Russell tenía en mente era lo primero. Por tanto, podemos ofrecer la siguiente definición tentativa de lo que Russell entendía por una relación interna.

[INS] Una relación R es interna-S si y sólo si para todo x y y , si Rxy entonces hay una propiedad no-relacional Φ y una propiedad no relacional Γ tal que Φx y Γy y es necesario que para todo w y z , si Φw y Γz entonces Rwz .

Aclaremos algunos detalles de esta definición. Lo primero que hay que señalar es que se habla de relaciones internas-S. La “S” sirve para distinguir a las relaciones sustentadas de otras que veremos más adelante. En (IN1) sostuvimos que una relación es interna cuando cada caso de ella está sustentada en la naturaleza de sus relata. Sin embargo una relación puede estar sustentada en distintas propiedades. La cuantificación sobre Rxy antes de la cuantificación sobre Φ es importante para asegurar que el hecho relacional pueda estar sustentado de diversas maneras. Por ejemplo, Rab puede estar sustentado en Fa y Gb , mientras que Rac puede estar sustentado en Ha y Kc . La cuantificación sobre w y z sirve para que la suficiencia de las propiedades no relacionales sea independiente de x y y .²⁵

Puede mostrarse que todas las relaciones internas-S son supervinientes, ya que si x y y cesaran de estar relacionadas por R , entonces o x no tendría Φ o y no tendría Γ y, por tanto, serían cualitativamente distintas de lo que eran cuan-

²⁴ Años después, en *The Problems of Philosophy*, Russell dijo que el hegelianismo dependía de interpretar “naturaleza” como naturaleza amplia (es decir como significando “todas las verdades acerca de una cosa”). En la escolástica “naturaleza” se entendía, por lo general, como naturaleza estrecha esencial.

do estaban relacionadas por R . Y esto parece seguirse de la negación de (EX4).

Una noción más estricta de una relación interna-S postularía que sólo una propiedad de x y sólo una de y implican Rxy . Pero de acuerdo a [INS] un hecho relacional puede estar sustentado de distintas maneras. Por tanto, el sustento de la relación puede cambiar. Por ejemplo, digamos que si Evita —una vaca— es más pesada que Rosita —otra vaca— lo es en virtud de los hechos de que ambas vacas tienen ciertos pesos. Ahora bien, si Evita dejara de ser más pesada que Rosita, entonces Evita o Rosita o ambas tendrían que haber cambiado de peso. Pero el peso de cada vaca o de las dos puede cambiar sin que Evita deje de ser más pesada que Rosita, es decir, el hecho relacional en cuestión puede permanecer inalterado.

Lo que llamaré la *doctrina de las relaciones internas-S* sostiene que todas las propiedades están sustentadas en propiedades no-relacionales de sus *relata*. La doctrina de las relaciones externas-S, por tanto, será la doctrina de que ninguna relación es interna-S. Creo que no hace falta un argumento muy elaborado para mostrar la falsedad de la doctrina de las relaciones internas-S. Es evidente que no todas las relaciones son internas-S. Sin embargo, sería un grave error suponer —como me temo lo hizo Russell— que la refutación de la doctrina de que *todas* las relaciones son internas-S equivale a mostrar que *ninguna* lo sea. También es evidente que *algunas* relaciones están sustentadas —y que algunas otras supervienen— y negarlo, por cualquier razón, nos lleva a una visión errónea de la realidad. En general, creo que todas las doctrinas de las relaciones internas y externas son falsas: algunas relaciones son internas y otras externas en los distintos sentidos de esta noción que vamos a examinar.

Relaciones contra-sustentadas y recontra-sustentadas

¿Es la doctrina de las relaciones internas-S la doctrina rechazada por Russell?

²⁵ Una definición similar a la de relación sustentada es la que ofrece D. Armstrong de una relación interna: “Dos o más particulares están relacionados internamente si y sólo si existen propiedades de los particulares que lógicamente necesitan que se d e n las relaciones” (D. Armstrong, *Universals and Scientific Realism*. Cambridge, 1978. Traducido como *Los universales y realismo científico*. México, UNAM, 1988, p. 278). Es importante señalar que Armstrong —con el mismo espíritu que los idealistas— combina esta definición con lo que llama el principio reductivo de las relaciones internas, a saber, que “Si dos o más particulares están relacionados internamente, entonces la relación no es más que la posesión, por parte de los particulares, de las propiedades que la relación necesita”, (*Ibid.*, p. 280). Sin embargo, como sostendré luego, uno puede sostener que las relaciones son sustentadas sin sostener que son reducibles.

Algunas de las cosas que nos dice acerca de las relaciones internas parecen indicar que lo que él quería decir por una relación interna es distinto de una relación interna-S. Esto nos obliga a ofrecer un par de definiciones adicionales. Empecemos por distinguir entre sostener que un hecho esté sustentado y sostener que un hecho F no se daría a menos que otro hecho se diera. Voy a decir que un hecho relacional está *contra-sustentado* en hechos no-relacionales cuando el primero no se pueda dar sin los segundos, es decir, cuando el primero necesariamente implique a los segundos. Puede haber hechos relacionales que estén sustentados pero no contra-sustentados en hechos no-relacionales. Sin embargo, ni los idealistas ni el propio Russell le prestaron atención a esta distinción. Si deseáramos preservar un paralelo con [INS], podríamos definir a una relación interna-CS de esta forma: una relación R es interna-CS si y sólo si, para toda x y y , si Rxy entonces hay una propiedad no-relacional Φ y una propiedad no-relacional Γ tales que Rxy implica Φx y Γy y es necesario que para cada w y z , si Rwz entonces Φw y Γz . Ahora bien, si R necesariamente implica Φ y Γ , entonces cada instancia de R estará contra-sustentada en el mismo par de propiedades. Por lo que no necesitamos en la definición de relaciones contra-sustentadas —como sí requeríamos en la definición de relaciones sustentadas— la engorrosa parte de la fórmula que sostiene que si “si Rxy entonces hay una propiedad no-relacional Φ y una propiedad no-relacional Γ tales que Rxy implica Φx y Γy ”. Esto nos permite simplificar la definición de una relación interna-CS así:

[INCS] Una relación R es interna-CS si y sólo si hay una propiedad no-relacional Φ y una propiedad no-relacional Γ tal que es necesario que para cada w y z , si Rwz entonces Φw y Γz .

Podría decirse que las relaciones internas-CS son menos interesantes que las internas-S ya que si la subsistencia es una propiedad todas las relaciones —y todas las entidades en general— son contra-sustentadas. Pero la pregunta —enorme— de si la subsistencia es una propiedad no debe preocuparnos ahora. Las relaciones internas-CS vienen a cuento porque me parece que la afirmación hecha por Russell de que las relaciones internas implican *complejidad* en sus *relata* puede verse como otra manera de decir que son contra-sustentadas. Y esta conjetura tiene como apoyo indirecto su afirmación de que las relaciones externas no implican propiedades en sus *relata* que los distinguan de objetos que no tienen la relación en cuestión.

Una relación puede estar sustentada y contra-sustentada en las mismas propiedades. En este caso la relación es lo que llamaré una relación *recontra-sustentada*. Voy a definir a una relación interna-RS como sigue:

[INRS] Una relación R es interna-RS si y sólo si hay una propiedad no-relacional Φ y una propiedad no-relacional Γ tales que es necesario, para cada w y z , que Rwz si y sólo si Φw y Γz .

Me parece que la caracterización russelliana de una relación interna en (IN3) se parece mucho a [INRS], ya que Russell afirma que una relación interna *implica* propiedades en los *relata en virtud de* los cuales se da la relación.

¿Qué entendía, pues, Russell por una relación interna? No hay una respuesta definitiva a esta pregunta en “The Monistic Theory of Truth”; si bien Russell dice de manera explícita que las relaciones internas son relaciones sustentadas, hay varios párrafos que sugieren que las relaciones internas son recontra-sustentadas. Mi sospecha es que lo que Russell a fin de cuentas entendía en “The Monistic Theory of Truth” –y en otros textos– por la doctrina de las relaciones internas era [INRS] o algo parecido. En algunas obras posteriores él fue más específico acerca de ello y sostuvo textualmente que de acuerdo a la doctrina de las relaciones internas un hecho relacional es *lógicamente equivalente* a hechos no-relaciones acerca de los *relata*.

En lo que sigue voy a examinar (IN2) y la tesis opuesta a (EX1) para ver si están implicadas por [INRS]. Luego voy a examinar la elucidación de G. E. Moore de una relación interna que se obtiene al negar (EX4).

Internalidad-S y complejidad

Prestemos atención a (IN2), es decir, a la afirmación de que las relaciones internas implican complejidad en sus *relata*. Desde *The Philosophy of Leibniz*, Russell había rechazado la tesis aristotélica de que la predicación es la inherencia de una propiedad en una substrato y había hecho lo mismo con la tesis –atribuida a Leibniz– de que la predicación es la inclusión de una propiedad en un agregado de propiedades. Las cosas aristotélicas son complejas en el sentido en el que sus propiedades inhiere en ellas. Esto las hace complejas de una manera similar a la que decimos los hechos son complejos. Y algo parecido puede decirse de ver las cosas como agregados de propiedades: es obvio que, desde esta perspectiva, si una cosa obtiene una propiedad, adquiere un grado de complejidad –en el sentido peculiar en el que un agregado es complejo– y por tanto, si pierde o gana una propiedad se vuelve algo distinto numéricamente. Sin embargo, creo que podemos rechazar las doctrinas aristotélica y leibniziana de la predicación –que es lo que implica que las cosas sean complejas– y seguir aceptando la doctrina de las relaciones internas, que no implica, por ella misma, que los *relata* de las relaciones sean complejos. Y también podemos decir que la suposición de que algunas relaciones implican complejidad cualitativa en sus *relata* no implica que estas relaciones se den en virtud de propiedades de los *relata*.

No obstante, algo puede rescatarse de la afirmación russelliana de que una relación interna-S implica complejidad en sus *relata*: si las cosas son idénticas a

sus naturalezas, entonces si dos cosas dejan de estar internamente relacionadas no sólo cambiarían cualitativamente, sino que dejarían de ser ellas mismas. Como veremos adelante, esta fue una de las maneras más comunes en las que se entendió a las relaciones internas —manera, por cierto, que no está claramente captada por la definición russelliana. Otro punto interesante es que Russell sostuvo la tesis de que ninguna relación implica complejidad en sus *relata* junto con la tesis de que la predicación es un tipo de relación. Una consecuencia de sostener ambas tesis es que las cosas son siempre simples y sólo las proposiciones son complejas. No es difícil descubrir aquí el origen del atomismo lógico.

Internalidad y reducibilidad

En “The Monistic Theory of Truth” Russell sostuvo que la doctrina de que las relaciones son internas puede significar al menos dos cosas: que las relaciones están *constituídas* por las naturalezas de sus *relata* o que están *sustentadas* en dichas naturalezas.²⁶ Según Russell los idealistas no distinguieron estas dos versiones de la doctrina, ya que pensaban que ambas llevaban a la tesis de que, a fin de cuentas, no hay relaciones. Parece que Russell creía lo mismo, ya que no tomó en cuenta la distinción. Es obvio que si x está constituido por y y z entonces x está sustentado en ellos. Pero puede ser falso que si x está sustentado en y y z entonces x esté constituido por ellos. Es decir, puede haber relaciones sustentadas en propiedades no-relacionales que no estén constituídas por ellas. Lo mismo vale para los hechos. Decir que un hecho relacional está constituido por hechos no-relacionales es decir algo más fuerte que decir que sólo está sustentado en ellos.

Hemos visto que lo que Russell entendía por la doctrina de las relaciones internas era algo como [INRS]. En 1924, por ejemplo, decía que:

¿Qué es, entonces, lo que queremos expresar mediante la teoría de las relaciones internas? [...] que una proposición relacional no es, en general, formalmente equivalente desde un punto de vista lógico a una o más proposiciones de sujeto-predicado.²⁷

Este tipo de afirmaciones han hecho que algunos estudiosos confundan la doctrina de las relaciones internas —entendida como [INRS]— con la doctrina de la reducibilidad de las relaciones, a saber, la doctrina de que ya que no hay relaciones y, por tanto, hechos de la forma “*Fab*”, entonces todo lo que decimos de una manera relacional debemos poder decirlo con una o más proposi-

²⁶ Cf. B. Russell, “The Monistic Theory of Truth”, *op. cit.*, p. 162.

ciones no-relacionales. Hay al menos dos razones para calificar a esta confusión como lamentable. La primera es que el argumento de Russell en contra de la doctrina de la reducibilidad de las relaciones no supone que ninguna proposición de la forma ' $Rab \leftrightarrow (Fa \ \& \ Gb)$ ' o ' $Rab \leftrightarrow H(ab)$ ' sea verdadera, sino que Fa y Gb o $H(ab)$ no expresan lo mismo que Rab ; y, por tanto, que aunque ' $Rab \leftrightarrow (Fa \ \& \ Gb)$ ' y ' $Rab \leftrightarrow H(ab)$ ' sean verdaderas, la proposición de la derecha del bicondicional no es una *reducción* de la proposición de la izquierda. La segunda razón se desprende de una consideración —más general— acerca de la relación entre las nociones de *equivalencia lógica* y *reducción ontológica*. Si ' $A \leftrightarrow B$ ' es verdadera, no podemos decir que A se reduce a B sin decir también que B se reduce a A, ya que el bicondicional es una relación simétrica. Por tanto, creo que la reducción ontológica no puede expresarse mediante una equivalencia lógica.

Aunque las doctrinas de las relaciones internas y de la reducibilidad de las relaciones no fueron distinguidas con claridad por los idealistas, tratan de asuntos diferentes. Me pregunto por qué Russell nunca sostuvo esto. Quizá él también estaba confundido. Pero nosotros debemos tener en cuenta que las doctrinas de la reducibilidad de las relaciones y de las relaciones internas-RS no son la misma. Si bien la primera implica la segunda, la segunda no implica a la primera, ya que una relación puede estar sustentada en unas propiedades sin ser reducible a ellas. Esta fue la postura de algunos medievales, como Duns Escoto, que sostuvieron que las relaciones sustentadas son distintas de su sustento cualitativo. Como ya dije antes, del hecho que un hecho relacional implique y esté implicado por hechos no-relacionales no se sigue que se reduzca a ellos. Por tanto, la refutación russelliana de la doctrina de la reducibilidad de las relaciones no implica —como lo han creído algunos— la refutación de la doctrina de las relaciones internas.

Moore y las relaciones internas

La elucidación de la noción de relación interna que se obtiene de negar (EX4) depende de qué se entienda por una propiedad intrínseca. Si entendemos por ello una propiedad no-relacional contingente, se sigue que si dos objetos dejan de estar internamente relacionados ya no serían cualitativamente los mismos objetos. Pero si por propiedad intrínseca entendemos una propiedad no-relacional esencial, esto implicaría que si dos objetos dejan de estar internamente relacionados dejarían de existir. Desgraciadamente, Russell no dijo nada acerca de la noción de relación interna que se obtiene de negar (EX4). Afortunadamen-

²⁷ *Ibid.*, p. 472.

te, G.E. Moore elucidó esta noción de relación interna en su brillante ensayo “External and Internal Relations”. Moore nos dice:

Deseo proponer, entonces, que algo que siempre es implicado por el dogma de que “todas las relaciones son internas” es que, para cualquier propiedad relacional, siempre puede afirmarse con verdad de cualquier término A que tiene tal propiedad, que cualquier término que no la tuviera sería necesariamente distinto de A .²⁸

Moore se dio cuenta que esta formulación es ambigua. Uno de sus significados es que los objetos no serían *cualitativamente* los mismos —en el sentido en el que no tendrían las mismas propiedades. Quizá esto es lo que Joachim tenía en mente cuando dijo que “Todas las relaciones cualifican o modifican o hacen una diferencia entre los términos entre los que se da”.²⁹ Voy a llamar a estas relaciones *internas-C* y diré que:

[RIC] Una relación R es interna-C si y sólo si para todo x y y , si Rxy , entonces es necesario que, para todo z y w , si no- Rzw , entonces x es cualitativamente distinto de z y y es cualitativamente distinto de w .

Debemos percatarnos de que las relaciones internas-C son muy parecidas a las relaciones supervinientes, tal como las definimos antes. La diferencia principal es que mientras que la definición de las relaciones internas-C es modal, la definición de las relaciones supervinientes no lo es.

Moore se percataba de que la tesis de que los *relata* de una relación interna serían distintos si dejaran de estar relacionados puede también significar que no serían numéricamente distintos, es decir, que no serían idénticos. Este es el significado de la doctrina de las relaciones internas que Bradley parece tener en mente cuando dijo que “toda relación penetra esencialmente el ser de sus términos y es, en este sentido intrínseca” (y el uso que hace de la palabra “esencialmente” indica que intenta presentar una tesis modal). Voy a llamar a estas relaciones *internas-N* y las definiré como sigue:

[RIN] Una relación R es interna-N si y sólo si, para todo x y y , si Rxy , entonces es necesario que, para todo z y w , si no- Rzw , entonces $x \neq z$ y $y \neq w$.

Un posible ejemplo de una relación interna-N es la de “estar en el mismo lugar” que hay entre la materia de una estatua y la estatua. Ya que la materia de la estatua está tallada en la forma de la estatua y la estatua fue tallada en esa

²⁸ *I want to suggest, then, that one thing which is always implied by the dogma that, “All relations are internal”, is that, in the case of every relational property, it can always truly be asserted of any term A which has that property, that any term which had not had it would necessarily have been different from A (G. Moore, “External and Internal Relations”, en *Philosophical Studies*. Londres, 1922).*

²⁹ H. Joachim, *The Nature of Truth*. Oxford, 1906, p. 11.

materia, si no estuvieran en el mismo lugar, serían necesariamente otra estatua y otra pieza de materia.

Puede decirse que ya que nada puede ser numéricamente distinto de sí mismo, [RIN] implica, a fin de cuentas, que:

[RIN]* Una relación R es interna-N si y sólo si para todo x y y , tal que Rxy , es necesario que si x y y subsisten entonces Rxy .

También puede decirse que si la subsistencia fuera una propiedad, todas las relaciones internas-N serían internas-C. Por ejemplo, uno puede sostener que dos cosas pueden subsistir continuamente sólo si están relacionadas por R , entonces ambas cosas sólo pueden ser cualitativamente continuas si están relacionadas por R —ya que si la subsistencia es una cualidad, entonces si algo preserva todas sus cualidades preserva también su subsistencia. Pero estamos pisando terreno pantanoso. Se puede sostener que la subsistencia no es una propiedad. Y también se puede afirmar —como lo hiciera Meinong— que las cosas no subsistentes pueden tener propiedades. Sin embargo, debemos tener muy en claro que uno puede sostener que a y b no serían cualitativamente las mismas si dejaran de estar relacionadas por R , sin tener que sostener que no subsistirían si dejaran de estar relacionadas por R .

Moore afirmó que si todas las relaciones fueran internas-C, sería necesario que fueran internas-N. Para inferir [RIN] de [RIC] necesitamos como premisa adicional el principio de la indiscernibilidad de los idénticos. Esta inferencia es importante porque el argumento de Moore en contra de la doctrina de las relaciones internas lo toma como una premisa. Lo que Moore hace en su ensayo es mostrar que no todas las relaciones son internas-N y luego infiere de esto, por un *modus tollens*, que no todas pueden ser internas-C. En sus propias palabras:

Creo que la razón más concluyente para decir esto (que el dogma de las relaciones internas es falso) es que si todas fueran internas en el primer sentido (el cualitativo), todas serían necesariamente internas en el segundo (el numérico), y esto es evidentemente falso.³⁰

La única manera en la que podríamos rechazar la afirmación de Moore de que la negación de la doctrina de las relaciones internas-N implica la negación de la doctrina de las relaciones internas-C es rechazar el principio de la indiscernibilidad de los idénticos. Pero dudo que podamos hacer esto de manera promisoria.

Moore rechazó la doctrina de las relaciones internas de una manera directa, sosteniendo, por ejemplo, que es un hecho innegable que una parte puede existir independientemente de un todo. Pero también ofreció un largo y complejo argumento que muestra que la defensa de la doctrina de las relaciones internas estuvo basada en una confusión lógica elemental. De acuerdo a Moore, la doctrina de las relaciones internas-N, que él presenta como:

$$(3) (x)(\Phi) (\Phi x \supset \exists (y) (\neg \Phi y \supset x \neq y))$$

—donde Φ es una propiedad relacional— fue inferida incorrectamente de la tesis que afirma que si x tiene una propiedad Φ , cualquier cosa que no tenga Φ , *debe* ser distinta de x :

$$(4) \exists (x) (\Phi) \Phi x \supset (y)(\neg \Phi y \supset x \neq y).$$

Moore sostuvo que ya que (3) no se sigue de (4), no hay razón para defender la doctrina de las relaciones internas-N y como la doctrina de las relaciones internas-C implica a la de las relaciones internas-N, tampoco hay razón para que aceptar a ésta. Sin embargo, Moore no refuta, en un sentido estricto, la doctrina de las relaciones internas-N, sino sólo muestra que no puede defenderse sobre la base de (4). Moore perdió de vista que lo que importa con respecto a la doctrina de las relaciones internas-N —si se va a derivar de la doctrina de las relaciones internas-C, como él quiere— es la pregunta de si las relaciones pueden reducirse a propiedades —y por tanto modificar la naturaleza de las cosas— o la de si las cosas son idénticas con su naturaleza.

Moore también sostiene que la doctrina de las relaciones internas-C implica el principio de la identidad de los indiscernibles. Nos dice:

Si fuera cierto que, para cualquier propiedad relacional, cualquier término que no la tuviera sería necesariamente cualitativamente diferente de cualquier término que la tuviera, se seguiría, por supuesto, que si tenemos dos términos, uno de los cuales tiene una propiedad relacional y el otro no, los dos serían cualitativamente diferentes. Pero de la proposición de que x es distinto de y , se *sigue* que x tiene una propiedad relacional que y no tiene; y, por tanto, si el dogma de las relaciones internas es verdadero, se sigue que si x es distinto de y , x también es cualitativamente distinto de y .³¹

Moore considera que esta es una objeción más a la doctrina de las relaciones internas, pues él consideraba que el principio de la identidad de los indiscernibles es “obviamente falso”. Para Moore lo que habitualmente se llama el dogma de las relaciones internas consiste en la defensa conjunta de la doctrina de las relaciones internas-N y el principio de la identidad de los indiscernibles (ya que la doctrina de las relaciones internas-N más el principio de la identidad de los indiscernibles implican la doctrina de las relaciones internas-C).

³⁰ *I think that the most conclusive reason for saying this (i.e. that the dogma of internal relations is false) is that if all were internal in this first sense (i.e. the qualitative sense), all would necessarily be internal in the second (i.e. the numerical sense), and that this is plainly false* (G. Moore, “External and Internal Relations”, *op cit.*, p. 287).

Comparación de las posturas de Russell y Moore

La concepción mooreana de las relaciones internas difiere de la russeliana en varios aspectos. El más importante es que mientras Moore distingue las versiones cualitativa y numérica de la doctrina de las relaciones internas, Russell sólo adopta la versión cualitativa de manera explícita. Esto debilita su posición frente a los idealistas, ya que es claro que ellos defendían algo como la doctrina de las relaciones internas-N. Es más, Russell piensa que lo que hemos llamado doctrina de las relaciones internas-N se ha usado en un mal argumento a favor de la verdadera doctrina de las relaciones internas. En sus palabras:

Podemos decir que: “Si A y B están relacionadas de cierto modo, entonces todo lo que no esté relacionado de tal modo debe ser distinto de A y B, por tanto, etcétera”. Pero esto sólo prueba que lo que no está relacionado como A y B debe ser numéricamente distinto de A o B; no probará que haya diferencia de adjetivos a menos que asumamos el axioma de las relaciones internas. Por tanto, el argumento sólo tiene fuerza retórica y no puede probar su conclusión sin un círculo vicioso.³²

Russell está en lo cierto: la doctrina de las relaciones internas-N no implica la de las relaciones internas-S. Pero lo importante es que Russell sólo considera una lectura cualitativa y no una numérica de la afirmación de que lo que no está relacionado como a y b debe ser distinto de a o b (o al menos no lo hizo explícitamente, ya que como sugerí arriba la tesis de que las relaciones internas implican complejidad en sus relata puede interpretarse de una manera numérica).

Al final de su ensayo Moore considera la formulación russelliana de las relaciones internas como “Toda relación está sustentada en la naturaleza de los términos relacionados” y sostiene que si una relación es interna-C o interna-N se sigue que está sustentada en la naturaleza de los términos relacionados. En sus palabras:

Mr. Russell está indeciso acerca de si por “la naturaleza” de un término

³¹ *For if it be true, in the case of every relational property, that any term which had not that property would necessarily be qualitatively different from any which had, it follows of course that, in the case of two terms one of which has a relational property, which the other has not the two are qualitatively different. But from the proposition that x is other than y, it does follow that x has some relational property which y has not; and hence, if the dogma of internal relations be true, it will follow that if x is other than y, x is always also qualitatively different from y (Ibid., p. 307).*

debe entenderse el término mismo o algo más. [...] Pero cualquiera que sea el significado que tomemos, se seguirá de lo que he dicho que el dogma de las relaciones internas implica que toda propiedad relacional poseída por un término está, en un sentido perfectamente preciso, *sus-tentada* en su naturaleza. Se sigue que toda propiedad relacional está sustentada en *el término*, en el sentido en el que, para cada caso de tal propiedad, se sigue de la mera proposición de que el término es el término, que tiene la propiedad en cuestión. Y también se sigue que tal propiedad está sustentada en las cualidades del término, en el sentido en el que si tomamos *todas* sus cualidades, se seguirá, de la proposición de que el término tiene *todas* las cualidades que tiene, que, para toda propiedad relacional, tiene la propiedad relacional en cuestión; y esto está implicado por la proposición de que, dada cualquier propiedad relacional, cualquier término que no la tuviera sería necesariamente distinto en cualidad del término en cuestión.³³

He dicho que Russell considera que la naturaleza de un término consiste en todas sus propiedades no relacionales (por eso insiste en que la doctrina de las relaciones internas tiene que ver con diversidad de *adjetivos*). Por tanto sólo consideremos la afirmación de Moore de que la doctrina de las relaciones internas-C implica la doctrina de las relaciones internas-S. Moore está equivocado. Del hecho de que la relación R entre a y b sea interna-C no se sigue que R esté implicada por alguna(s) propiedad(es) no relacional(es) de a y b . Moore no entendió la diferencia que hay entre su concepción de las relaciones internas y la de Russell.

Es interesante advertir que para Moore la doctrina de las relaciones internas-CS no es del todo implausible. Nos dice:

[...] hay otro sentido de “estar sustentado” en el que puede ser verdadero que toda propiedad relacional está sustentada en la naturaleza de cualquier término que lo posea. A saber, que en el caso de tal propiedad, el término en cuestión tiene alguna cualidad *sin la cual* no podría tener la propiedad. En otras palabras, que la propiedad relacional *implica* alguna cualidad en el término, aunque ninguna cualidad en el término *implique* la propiedad relacional.³⁴

³² We may say: “If A and B are related in a certain way, then anything not so related must be other than A and B , hence, etc.” But this only proves that what is not related as A and B must be numerically diverse from A or B ; it will not prove difference of adjectives, unless we assume the axiom of internal relations. Hence the argument has only a rhetorical force, and cannot prove its conclusion without a vicious circle (*Ibid.*, p. 166).

Sin embargo, Moore no nos dijo porque razón pensaba que todas las relaciones pueden ser contra-sustentadas.

Más relaciones internas

A partir de nuestro examen de algunos textos de Russell y Moore hemos distinguido varios sentidos de la noción de relación interna. Pero todavía pueden distinguirse muchos más.

En su libro *Idealism: A critical survey*, A. Ewing distinguió diez sentidos que se han dado a la noción de relación interna. Casi todas las definiciones de Ewing las hemos considerado arriba o pueden reformularse usando nuestras definiciones. No voy a examinarlas aquí en detalle.³⁵ Sólo voy a considerar la última definición propuesta por Ewing, que es el sentido más fuerte que se le puede dar a las relaciones internas.

La décima definición de Ewing puede reformularse de esta forma: una relación R es interna si y sólo si para todo x y y , tal que Rxy , es imposible para x que subsista a menos que y subsista y estén relacionados por R ; y es imposible para y que subsista a menos que x exista y estén relacionados por R . Llamaré a estas relaciones *internas-E* (la “E” es por Ewing). Ahora bien, ya que hemos aceptado que es necesario que si Rxy entonces x y y subsisten, la definición previa se puede simplificar de esta manera: una relación R es interna-E si y sólo si para todo x y y , tal que Rxy , es imposible que x y y subsistan a menos que estén relacionados por R . Lo que es lógicamente equivalente a decir que:

[INS] Una relación R es interna-E si y sólo si para todo x y y , tal que Rxy , es necesario para la subsistencia de x o y que Rxy .

Un ejemplo de relación interna-E es la de identidad. Es importante darse

³³ *Mr. Russell is uncertain as to whether by “the nature” of a term is to be understood the term itself or something else. [...] But whichever meaning we take it will follow from what I have said, that the dogma of internal relations does imply that every relational property which a term has is, in a perfectly precise sense, grounded in its nature. It will follow that every such property is grounded in the term, in the sense that, in the case of every such property, it follows from the mere proposition that the term is that term that has the property in question. And it will also follow that any such property is grounded in the qualities which the term has, in the sense, that if you take all the qualities which the term has, it will again follow in the case of each relational property, from the proposition that the term has all those qualities that it has the relational property in question; since this is implied by the proposition that in the case of any such property, any term which had not had it would necessarily have been different in quality from the term in question (Ibid., p. 308).*

³⁴ *[...] there is another sense of “grounded “ in which it may quite well be true that every relational property is grounded in the nature of any term which possesses it. Namely that, in the case of every such property, the term in question has some quality without which it could not have had the property. In other words, that the relational property entails some quality in the term, though no quality in the term entails the relational property (Ibid., p. 309).*

cuenta que si una relación es interna-N no se sigue que también sea interna-E. Mientras que la definición mooreana de R como interna-N en su versión [INR]* es:

$$(5) (x)(y) (Rxy \bar{\circ} 1 ((Ex \& Ey) \bar{\circ} Rxy))$$

(donde “Ex” significa que subsiste) la definición de una relación interna-E en su versión es [INS]:

$$(6) (x)(y) (Rxy \bar{\circ} 1 ((Ex \vee Ey) \bar{\circ} Rxy)).$$

Mientras que en la definición mooreana Rxy implica la conjunción de Ex y Ey , en la de Ewing Rxy implica la disyunción de Ex y Ey . En otras palabras, mientras que la definición de Moore sostiene que no hay un mundo posible en donde x y y subsistan sin estar relacionados por R , la de Ewing sostiene que no hay un mundo posible en donde x o y subsistan y no estén relacionadas mediante R . Por lo que la definición de Moore permite la existencia de un mundo posible en donde x subsista y y no subsista y, por tanto, no esté relacionado con x mediante R . En suma: las relaciones internas-E, a diferencia de las internas-N, implican la mutua dependencia ontológica de sus *relata*.

¿Pero qué pasa cuando queremos expresar una relación asimétrica de dependencia ontológica de una cosa con otra? Es decir, cuando queremos decir que a depende ontológicamente de b pero no viceversa. Por ejemplo, la relación entre un todo y una de sus partes es de este tipo. El todo no puede subsistir sin la parte, pero la parte puede subsistir sin el todo.

Todas las definiciones que hemos dado sostienen que si una relación R entre a y b es interna, entonces todo lo que vale para a vale para b . Por ejemplo, si R está fundada en propiedades de a también debe estar fundada en propiedades de b . O si R es interna-N entonces ni a ni b serían numéricamente las mismas si dejaran de estar relacionadas por R . Pero hay toda una familia de relaciones que llamaremos *parcialmente internas*. Por ejemplo, podríamos decir que R esta

³⁵ La primera es que las relaciones pertenecen a la naturaleza de los *relata*. La segunda es que son esenciales a sus *relata*. La tercera es que son reducibles a propiedades. La cuarta es que suponen unidad entre sus *relata*. La quinta es que los *relata* perderían su naturaleza si perdieran la relación en cuestión. La sexta es que están sustentadas en las naturalezas de los *relata*. La séptima es que los *relata* serían necesariamente distintos de lo que son si no estuvieran relacionados. La octava es que de nuestro conocimiento de A, más el hecho de que se encuentra en una relación interna con B, podemos inferir con necesidad lógica que B posee una característica diferente a la de tener la relación en cuestión. La novena es que si A está relacionada internamente con B por la relación r , entonces A no podría existir a menos que B existiera y estuviera relacionada a ella mediante r . Ewing sostiene que todas las relaciones son internas en el primero y el cuarto sentido, que no todas son internas en el tercero y el quinto sentido, que ninguna es interna en el segundo sentido y que todas son internas en el sexto sentido, aunque esto no implique que sean internas en los sentidos séptimo, octavo, noveno y décimo —que son lo que, en su opinión, los idealistas tomaban como relaciones internas.

parcialmente fundada en propiedades de *a* pero no en propiedades de *b*. O podríamos decir que entonces R es parcialmente interna-N con respecto a *a* si *a*, pero no *b*, no sería numéricamente la misma si no estuviera relacionada con *b* mediante R. Las relaciones parcialmente internas no afectan a todos sus *relata* sino sólo a algunos de ellos. Hay dos tipos de ellas: aquellas en las que no está determinado cuál o cuáles *relata* son afectados y aquellos en donde está determinado por el orden de la relación. Por ejemplo, la relación asimétrica de creación que se da entre Dios y las criaturas es una relación parcialmente interna-E que afecta a la criatura y no al creador. Es decir, si tomamos la relación 'x crea a y', y no podría subsistir sin estar relacionado mediante esta relación con x, pero x si podría. Puede haber, además, relaciones parcialmente internas en las que sea indistinto cuál *relatum* o cuáles de los *relata* sea el relevante o el afectado. Por ejemplo, una relación parcialmente interna-S puede estar sustentada en propiedades de sólo uno de los *relata* sin importar en cuál. Todas las definiciones de relaciones internas que hemos ofrecido pueden modificarse para obtener definiciones de relaciones parcialmente internas.

Las relaciones parcialmente internas han sido frecuentemente ignoradas. Russell, Moore, Ewing y los idealistas no las contemplaron. Esta omisión ha tenido consecuencias muy graves. Ninguna ontología que las niegue o las ignore puede ser verdadera. El mundo es como es porque muchas cosas e incluso ámbitos enteros de la realidad están relacionados entre sí mediante relaciones parcialmente internas. Es lamentable que pocos filósofos se hayan ocupado de estas relaciones. Entre ellos podemos mencionar a Meinong y a Husserl (que dijo algo al respecto en la tercera de sus *Investigaciones lógicas*).³⁶ Recientemente, Peter Simons e Ingavar Johansson³⁷ han realizado trabajos valiosos al respecto. No cabe duda que el estudio de las relaciones parcialmente internas es, hoy en día, una de las tareas más importantes en el campo de la ontología formal.³⁸

³⁶ E. Husserl, *Logical Investigations*. Londres, Routledge, 1970.

³⁷ P. Simons, *Parts: A Study in Ontology*. Oxford, Clarendon Press, 1987 e I. J o h a n s o n, *Ontological investigations*. Londres, Routledge, 1989.

³⁸ Agradezco a David Bostock, Alejandro Herrera, Raúl Orayen y Timothy Williamson por sus comentarios a versiones previas de este ensayo.